

Intuicja i odkrycie zamiast instrukcji i wzorów we wczesnej edukacji matematycznej w zakresie geometrii

Prof. dr hab. Dorota Klus-Stańska, Uniwersytet Gdański

(Matematyka w kolorach Lego; Gdańsk 21.10. 2016)

1. Dwa modele nauczania matematyki we wczesnej edukacji

Pierwszy jest oparty na wyposażaniu ucznia w definicje, instrukcje, gotowe strategie rozwiązywania zadań. Wymaga ćwiczeń w typowych, powtarzających się sytuacjach i polega na stałym kierowaniu uczniów przez nauczyciela. Uczniowie muszą postępować zgodnie z ustaloną szczegółową sekwencją kroków i ich zapisu.

Uczeń może powiedzieć: „Śledzę cudze rozumowanie i czynności, zapamiętuję je i powtarzam w analogicznych warunkach”.

Ma też pewność: „Ktoś mi wyjaśni, co mam robić w takiej sytuacji”

Wyćwiczona umiejętność i nawyk stają się tu celem kształcenia. Nauczyciel jest bardziej zadowolony, gdy uczeń z pamięci recytuje wyniki z zakresu tabliczki mnożenia niż wtedy, gdy potrafi znaleźć własny sposób na policzenie.

Drugi model nauczania opiera się na rozwijaniu własnego rozumowania i myślenia matematycznego, odkrywaniu regularności i możliwych sposobów działania. Wymaga nieustannego stawiania ucznia w obliczu nowych, choć osiągalnych sytuacji problemowych i zachęcania do prób samodzielnego radzenia sobie z nimi.

Dziecko ma postawę: „Nie wiem, jak to zrobić, ale pokombinuję i coś wymyślę”.

To kojarzy się raczej z popularnym powiedzeniem: „Tu nie szkoła, tu trzeba myśleć”. W psychologii ten rodzaj postawy wobec zadania nazywa się poczuciem kontroli poznawczej. Nie oznacza ona, że „wiem”, ale, że „nie wiem, ale sam się dowiem”.

Brak doświadczeń tego rodzaju, kiedy człowiek ma okazję sam próbować poradzić sobie z problemem, prowadzi do zaniku poczucia kontroli poznawczej i rozwijania w to miejsce uogólnionego poczucia bezradności. Taki syndrom rozwinęła szkoła u wszystkich tych osób, które, gdy słyszą słowa „zadanie matematyczne” lub „łamigłówka matematyczna”, reagują natychmiastowym „Dla mnie matematyka to czarna magia”.

W efekcie ograniczania samodzielności uczeń pod tablicą w obliczu zadania nie zastanawia się, jak można je rozwiązać, ale rozpaczliwie mówi: „Jak to było? Przecież się uczyłem”. To dość dramatyczny, a często obserwowany, skutek szkolnej edukacji opartej na gotowych instrukcjach otrzymywanych od nauczyciela.

2. Pozory samodzielności ucznia w modelu opartym na przekazie nauczyciela

Choć uczniowie na lekcjach na wzór szurków i gołębi w badaniach behawiorystów muszą biegać po z góry ustalonych ścieżkach, wpisując odpowiednie liczby w wyrysowane okienka, często się twierdzi, że uczniowie pracują samodzielnie (np. w domu), że proponuje się im zadania problemowe (oznaczone np. symbolem sowy), a instrukcje nie są wykonywane mechanicznie, ale ze zrozumieniem. Czy są tu warunki do samodzielności?

Po pierwsze, samodzielność to nie to samo co praca co prawda samotna, ale zgodna z instrukcjami nauczyciela (jak praca domowa nad zadaniem typowym, poznanym na lekcji). Uczeń pracuje wówczas sam, ale nie wymyśla strategii rozwiązywania. Działa według kroków ustalonych przez zeszyt ćwiczeń lub nauczyciela. Nie mamy tu do czynienia z samodzielnością koncepcyjną, a przeciwnie – z samowdrażaniem się do działań kopiujących, odtwórczych.

Po drugie, samodzielność intelektualna nie jest wisienką na torcie po przerobieniu standardowych technik. Nowa sytuacja, z którą uczeń próbuje sobie poradzić na własne sposoby, powinna być punktem wyjścia uczenia się. Jeśli zewnętrzna informacja okazuje się potrzebna, to powinna wystąpić potem, nigdy przedtem.

Po trzecie, samodzielność w rozwiązywaniu zadań matematycznych nie jest przeznaczona tylko dla najlepszych uczniów, ale jest ona fundamentalnym warunkiem rozumienia matematyki. Jest nawet bardziej potrzebna tym najstarszym, którzy prawdopodobnie mają zredukowane pozaszkolne doświadczenia matematyczne, częściej w nich odnoszą porażki, więc ich unikają i mają mniejsze szanse na zrozumienie matematyki poza szkołą. Najstarsi uczniowie nigdy nie zrozumieją matematyki, jeśli nie pozwolimy im próbować uczyć się samodzielnie. Najlepsi poradzą sobie, ale osiągną mniej niż osiągnęliby przy dobrej edukacji.

Po czwarte, nie każde działanie według instrukcji jest brakiem samodzielności. Nie jest nim wtedy, gdy instrukcja nie jest działaniem pod bezpośrednie dyktando i pokaz, ale gdy występuje konieczność jej „studiowania”, odkodowania i wizualizacji. Czym innym jest na przykład pierwsza próba uruchomienia jakiegoś urządzenia, gdy koło nas stoi ktoś, kto demonstruje, wskazując palcem wyjaśnia każdy krok, koryguje każdy błąd i chwali za każdy poprawny ruch, a czym innym samodzielne „przegryzienie” się przez instrukcję napisaną słownie lub podaną z użyciem symboli, ikon, rysunków przy zachowaniu własnej kontroli nad całością zadania.

3. Koryfeusze dobrej edukacji

Lew Wygotski, rosyjski psycholog i pedagog z I poł. XX wieku, zwany dziś Mozartem psychologii. Jego teoria była przełomem w psychologii rozwojowej, a jej rozwinięcia należą dziś do najbardziej dynamicznych na świecie. W stalinowskiej Rosji dorobek Wygotskiego był objęta zakazem omawiania i upowszechniania jako „burżuazyjna pseudonauka”. Ich przetłumaczenie i odkrycie na nowo w latach 60. wywołało w nauce efekt wręcz wybuchowy.

Opór sowieckich władz budziła idea, by nauczyciel nie przekazywał wiedzy, ale wspierał w samodzielnym uczeniu się, które miało polegać na uczniowskim planowaniu, decydowaniu i odkrywaniu. Nie brzmi groźnie, a jednak edukacja w krajach postsowieckich do dzisiaj cierpi na głęboką nieufność do wiedzy osobistej uczniów i uczniowskich koncepcji oraz całkowity brak wiary w możliwość uczenia się poza ścisłym kierowaniem przez nauczyciela.

Jean Piaget, szwajcarski biolog i psycholog. W koncepcji Piageta dorosły w edukacji był niemal zbędny. Miał tylko przygotować przestrzeń edukacyjną jako rodzaj klasy-laboratorium. Za niezbędny warunek rozwoju dzieci Piaget uważał samodzielną eksplorację w bogatym środowisku uczącym. To ostatnie w wypadku matematyki oznacza zapewnianie dziecku swobodnego dostępu na lekcjach do obiektów takich jak klocki o różnych kształtach i kolorach, sznurki, patyki, rurki, pudełka różnej wielkości itd., które można porządkować, układać, łączyć na różne sposoby, badać ich relacje, odkrywać prawidłowości.

Za szkodliwe uważał pomoce w postaci kart z narysowanymi obiektami do przeliczania. Nazywał to werbalizmem obrazkowym. Jeśli na takich kartach i zeszytach ćwiczeń opiera się cała wczesna

edukacja matematyczna, to powiedzmy jasno, że to, co robimy, nie jest wspieraniem myślenia dzieci. Przeciwnie: jest zmasowanym instytucjonalnym blokowaniem ich myślenia i opóźnianiem rozwoju.

Jerome Bruner, amerykański psycholog, udowodnił rolę odkrywania jako podstawowej drogi wywoływania myślenia i konieczność pozostawiania dzieciom swobodnej możliwości działania. Podkreślał rolę intuicji i pojęć potocznych, przestrzegając przed wprowadzeniem formalnych pojęć nim dziecko intuicyjnie nie zrozumie swoich działań we „własnym języku”.

4. Matematyka szkolna

Paul Lockhart, w książce, którą zatytułował „Lament matematyka”, pisze:

– „... gdybym miał zaprojektować mechanizm spełniający jasno wyrażony cel zniszczenia naturalnej dziecięcej ciekawości, zamiłowania do poszukiwań regularności i harmonii, nie starczyłoby mi chyba wyobraźni, by wymyślić podobnie bezduszny, podobnie destrukcyjny system, jak ten, który tworzy dziś podstawę matematycznego kształcenia”.

– „Nie chodzi o wzory, czy zapamiętywanie interesujących faktów. W niektórych kontekstach obie rzeczy się przydają, podobnie jak zapamiętywanie słów poszerza słownik i daje swobodę ekspresji (...). Jeśli [jednak] odmówimy uczniom uczestnictwa (...) – w stawianiu własnych problemów, konstruowaniu własnych skojarzeń i dokonywaniu odkryć (...) – pozbawimy ich w rzeczywistości kontaktu z matematyką. Nie narzekam więc na samą obecność wzorów i praw na lekcjach matematyki – narzekam na brak samej matematyki”.

– „Gdyby wasz nauczyciel malarstwa próbował wam wmówić, że malarstwo polega na wypełnianiu kolorami oznaczonych liczbami pól, wiedzielibyście, że coś tu jest nie tak. Ale jeśli nauczyciel matematyki daje wam znać – wprost lub tylko domyślnie – że matematyka polega na definicjach, wzorach i zapamiętanych algorytmach: kto zaprzeczy tej bzdurze?”

Sherman K. Stein, profesor matematyki na Uniwersytecie Kalifornijskim w Davis pisze: „Matematyka może być nauczana najlepiej ze wszystkich przedmiotów. Może być też nauczana najgorzej”. To ostatnie polega, jego zdaniem, na przedstawianiu matematyki jako zestawu „procedur obliczeniowych, nudnych i bezużytecznych. Po każdym kolejnym zadaniu tego typu uczeń czuje się coraz bardziej wyobcowany. A kiedy słyszy drętwe formułki w rodzaju: >aby podzielić przez ułamek, mnożymy przez ułamek odwrotny< czy >minus razy minus daje plus<, wyobcowanie osiąga szczyt”.

Obawiam się, że nauczamy matematyki w sposób najgorszy z możliwych.

5. Gdzie jesteście geometrio?

Jak wykazuje Mirosław Dąbrowski w swojej książce opatrzonej tytułem za znakiem zapytania „(Za)trudne, bo trzeba myśleć” każda reforma od początku lat 90. redukowała bardzo znacząco treści matematyczne. Geometria nigdy nie zajmowała w naszym programie znaczącego miejsca, ale w efekcie tych zmian doszło do niemal całkowitej eliminacji zagadnień geometrycznych. Lekceważenie geometrii w kształceniu dzieci nie jest grzechem wyłącznie polskim, ale wydaje się, że Polska osiąga w tym zakresie smutną pozycję lidera. Skutki są przygnębiające. Wiemy już, że w ogólnej punktacji w międzynarodowych badaniach TIMSS polscy uczniowie wypadli bardzo słabo, ale trzeba dodać, że najgorzej wypadli z geometrii.

Jak wynika z obecnie obowiązującej podstawy, po ukończeniu I klasy uczeń:

wyprowadza kierunki od siebie i innych osób; określa położenie obiektów względem obranego obiektu; orientuje się na kartce papieru, aby odnajdować informacje (np. w lewym górnym rogu) i

rysować strzałki we właściwym kierunku, dostrzega symetrię (np. w rysunku motyla); zauważa, że jedna figura jest powiększeniem lub pomniejszeniem drugiej; kontynuuje regularny wzór (np. szlaczek).

Trudno uwierzyć, ale to jest już wszystko, co z geometrii ma umieć polski 7-8 latek.

Po ukończeniu III klasy

mierzy i zapisuje wynik pomiaru długości, szerokości i wysokości przedmiotów oraz odległości; posługuje się jednostkami: milimetr, centymetr, metr; wykonuje łatwe obliczenia dotyczące tych miar; rozpoznaje i nazywa koła, kwadraty, prostokąty i trójkąty (również nietypowe, położone w różny sposób oraz w sytuacji, gdy figury zachodzą na siebie); rysuje odcinki o podanej długości; oblicza obwody trójkątów, kwadratów i prostokątów; rysuje drugą połowę figury symetrycznej; rysuje figury w powiększeniu i pomniejszeniu; kontynuuje regularność w prostych motywach (np. szlaczki, rozety).

Tu znajdujemy już wiele podobieństw naszej podstawy programowej do programów innych krajów (np. do brytyjskiego *National Curriculum*). Jest jednak pewne zastrzeżenie. Poza posługiwaniem się miarami długości, wszystkie pozostałe osiągnięcia przewidziane dla polskich 9-10 latków Brytyjczycy przewidzieli dla swoich 5-6 latków. Z psychologii rozwojowej jednoznacznie wynika, że brytyjscy twórcy programu mają rację.

Przyjrzyjmy się bliżej przykładowym różnicom programowym, by uchwycić koncept geometrii i myślenia przestrzennego, jaki działa poza Polską.

Odpowiadające naszym 5-6 latkom kształcenie w zakresie geometrii obejmuje rozpoznawanie, manipulowanie, samodzielne budowanie i modelowanie w zakresie figur (prostokątów, w tym kwadratów, kół i trójkątów) oraz brył (prostopadłościaków, w tym sześciaków, kul, ostrosłupów jako piramid). Dzieci zajmują się też takimi zagadnieniami jak boki, wierzchołki, symetria, ściany. Inny wątek założony dla nich w programie to pozycja i kierunki, związane z obrotem figur i brył. Przewidziano też dla nich dostrzeganie trójkątów w piramidach i kół w walcach oraz porównywanie i grupowanie typów figur i brył.

Rówieśnicy naszych 7-8 latków dodatkowo badają kąty jako efekt obrotu, prostopadłość, równoległość, wielokąty foremne i nieforemne, wielościany regularne i nieregularne.

Różnice dotyczące dzieci 9-latków miłosiernie pomijam. A projekt nowej polskiej podstawy programowej jest, niestety, przykładem korekt o charakterze kosmetycznym.

Polska wczesna geometria drastycznie zubaża treści geometryczne, nie obejmuje brył, choć dziecko żyje w przestrzeni trójwymiarowej i od urodzenia bawi się klockami, nie zakłada badania i konstruowania. Pomija kwestie dostrzegania relacji, wzajemnych zależności między obiektami geometrycznymi. Nie sugeruje potrzeby wprowadzania i obserwowania zmian, zachodzących podczas manipulacji. Nie widzi potrzeby rozwijania intuicji i wyobraźni przestrzennej, wycucia potencjału i organizacji przestrzeni oraz zdolności do rozwiązywania geometrycznych problemów. Całkowicie pomija konstruowanie i tworzenie modeli.

Obficie występujące w zabawach przedszkolnych konstrukcje z klocków, rurek, pudełek, znajdowanie różniących szczegółów, przeszukiwanie labiryntów, dopasowywanie form płaskich i przestrzennych, mieszczanie klocków o różnych kształtach w pudełkach o ograniczonej objętości, odkrywanie regularności w sekwencjach obiektów, fascynacja zwiłokrotnionymi możliwościami konstrukcji z tych samych elementów, przeszukiwanie trójwymiarowych kształtów i eksperymentowanie ze złożonymi

strukturami z elementarnych kształtów przestrzennych – wszystko to zostaje wyeliminowane z aktywności dziecka z chwilą przekroczenia progu szkoły.

Jeśli uzmysłowimy sobie, że wszystko, co zostało pominięte jest warunkiem niezbędnym dla budowania przez dzieci trafnych umysłowych wyobrażeń i pojęć geometrycznych oraz fundamentem rozwijania zdolności poznawczych związanych z rozumieniem przestrzeni, rodzi się kolejne uzasadnione pytanie, czy szkoła, odrywając dzieci od świata układanek, tangramów i klocków, świata konstrukcji, projektowania i rozwiązywania problemów przestrzennych, działa na rzecz ich rozwoju czy niedorozwoju.

Klocki pozwalają odkryć piękno nie tylko geometrii, ale całej matematyki, z jej ukrytym w liczbach porządkiem, elegancją relacji i nieograniczonemu oznaczaniu wszelkich przejawów rzeczywistości. Nie bez powodu klocki mają w sobie siłę niemal magicznego przyciągania dzieci (i wielu dorosłych). Są źródłem poczucia wyzwania dla umysłu, fascynującej łamigłówki, odczucia potęgi intuicji, pomysłowości i przeogromnej satysfakcji, gdy można powiedzieć: „Zobacz, co zrobiłem!” (zamiast nieśmiałego „Proszę Pani, a to jest dobrze?”).