

Edukacja matematyczna – działanie, odkrywanie, mówienie w praktycznym kontekście

Autorka artykułu: Prof. UW, dr hab. Małgorzata Żytka. Wydział Pedagogiczny Uniwersytetu Warszawskiego

Uczenie się matematyki może stać się emocjonującą przygodą, ale tylko wtedy, gdy pozwolimy dzieciom myśleć, rozwiązywać problemy, pokonywać trudności, odkrywać różne strategie rozwiązania, cieszyć się ciekawymi pomysłami, emocjonować procesem dochodzenia do rozwiązania, dyskutować i argumentować – słowem podejmować działania, które będą także związane z zabawą.

Fisher (*Uczymy jak myśleć*, WSiP 1999) analizując specyfikę myślenia matematycznego podkreśla, że najważniejszą umiejętnością w tym procesie jest dostrzeganie związków, relacji i rozpoznawanie konfiguracji. *Matematyki nie tworzą odrębne umiejętności i informacje; to raczej szkielet złożony ze wzajemnie zależnych pojęć i procedur. Naszym zadaniem jest pomóc dzieciom ujrzeć struktury matematyczne, nie tylko reguły i fakty poznawane w izolacji* (s.204). Wiedza psychologiczna dotycząca uczenia się, w tym procesie uczenia się matematyki pozwala na wprowadzenie rozróżnienia między instrumentalnym i relacyjnym podejściem do edukacji matematycznej. To pierwsze podejście charakteryzuje położenie nacisku na uczenie się algorytmów (reguł) i ćwiczenie ich zastosowania w określonych sytuacjach, typowych okolicznościach. Ale pamięciowe wytrenowanie użycia tych reguł, często bez ich zrozumienia powoduje, że szybko się o nich zapomina, a mniej typowe zadanie do wykonania wywołuje u dzieci bezradność, która jest efektem właśnie takiego sposobu nauczania, a nie rzeczywistych zdolności i możliwości rozwojowych dzieci. Jednym z przykładów takiego sposobu nauczania matematyki w polskiej edukacji, a więc poznawania izolowanych informacji, bez związku z innymi jest tzw. monografia liczby wprowadzana w klasie I. Dzieci poznają poszczególne liczby po kolei, a więc monografię jedynki, dwójki, trójki. Poznawanie liczb i rozumienie relacji między nimi ma sens tylko wtedy, gdy pokazuje się je w strukturze, np. w układzie 100 liczb. Wtedy można dostrzec, odkryć związki, relacje, prawidłowości, bawiąc się nimi, eksplorując je w konkretnych sytuacjach.

Drugie podejście do uczenia się matematyki ma charakter relacyjny i wiąże się z poznawaniem rozumowania, które doprowadziło do powstania określonych reguł i zasad. Nauczyciel stwarza dzieciom okazje do odkrywania matematycznych zasad, dostrzegania prawidłowości, stosowania własnych strategii rozwiązania. Jest zainteresowany sposobem myślenia dzieci w sytuacjach problemowych, pozwala na popełnianie błędów, które są zwykle początkiem uczenia się, zgłębiania problemu. W ten sposób umiejętności zdobywane przez uczniów są lepiej rozumiane, trwalsze i łatwiej jest skorzystać z tego zasobu strategii rozwiązania w sytuacjach nietypowych.

Myślenie matematyczne jest związane z aktywnością, w którą zaangażowane są różne obszary dziecięcego poznawania świata. W tradycyjnym nauczaniu dominują podręczniki i zeszyty ćwiczeń, w których wypełnia się, często w automatyczny sposób, całe serie typowych zadań, dominuje myślenie symboliczne – najtrudniejsze dla dzieci rozpoczynających przygodę z matematyką. Karty pracy w zeszytach ćwiczeń są już wypełnione, dokładnie zagospodarowane pomysłami dorosłego, który sądzi, że właśnie to zainteresuje dzieci. Tak jednak się nie dzieje, dzieci wykonując serie typowych zadań, które nie wymagają wysiłku intelektualnego zdobywają wątpliwej jakości doświadczenia edukacyjne, niszczące ich początkową chęć i zapał do uczenia się matematyki. Bo dzieci interesują się matematyką, jest ona bowiem pełna zagadek, ciekawych problemów do rozwiązania, poznawczych wyzwań. Przy dominacji algorytmicznego podejścia, eksponującego przyswajanie i powielanie wzorów będących własnością dorosłego dzieci uczą się przede wszystkim powtarzania i pamięciowego opanowywania wiedzy i umiejętności.

W ten sposób rozwija się u nich przekonanie, że matematyka jest czymś obcym, zewnętrznym, z czym się nie utożsamiają, czego nie rozumieją, bo pozbawia się ich aktywności własnej i samodzielnych działań z wykorzystaniem różnych rodzajów myślenia. A matematykę można odkrywać samodzielnie, jeżeli nauczyciel stworzy sytuacje problemowe, które będą dzieci zachęcać do takich doświadczeń.

W uczeniu się matematyki aktywność intelektualna dzieci jest niezbędna, aby osiągać sukcesy. Nie może ona jednak odbywać się tylko na symbolach matematycznych, abstrakcyjnych działaniach. Rozumienie matematyki wymaga budowania modeli sytuacji matematycznych, wizualizacji i manipulowania elementami w praktycznym kontekście. Umiejętności matematyczne tak jak czytanie i pisanie to niezbędne narzędzia do poznawania i rozumienia świata. Gdy są tylko zbiorem zautomatyzowanych reguł i zasad, przeszkadzają, stanowią zbędny intelektualny balast, a przede wszystkim pozbawiają dzieci zainteresowania i motywacji do uczenia się. Tendencja w nauczaniu, aby eksponować u dzieci udzielanie poprawnych wypowiedzi często ogranicza czy wręcz zamyka myślenie. Poza tym jest to powielanie cudzego, nauczycielskiego sposobu myślenia. Uczą się, jak myślą inni, a nie uczą się jak samodzielnie rozwiązywać problemy i jak wiele może być sposobów, strategii i możliwości oraz jak interesujące mogą być pomysły innych.

Matematyka to sztuka wyjaśniania. Jeśli odmówimy uczniowi uczestnictwa w tej aktywności – w stawianiu własnych problemów, konstruowaniu własnych skojarzeń i dokonywaniu odkryć, jeśli odbierzemy mu prawo do błędów, fałszywych hipotez "uchronimy" ich przed twórczą frustracją, pozbawimy inspiracji, zakazemy testować, porównywać i łączyć stworzone przez siebie wyjaśnienia i dowody – pozbawimy ich w rzeczywistości kontaktu z matematyką (P.Lockhart, Lament matematyka)

Rozwiązywanie problemów matematycznych może się odbywać w różnorodny sposób:

- materialny, z wykorzystaniem działań na konkretnych materiałach (klockach, żetonach, monetach itp., obiektach materialnych, przyrządach, np. waga, termometr), pomagają one w budowaniu modeli sytuacji matematycznych czy problemu; przeprowadzanie doświadczeń z różnymi obiektami w sytuacjach codziennych, konkretnym kontekście, stosowaniem umiejętności w praktyce,
- wizualny, przedstawianie problemów w obrazowy sposób, wizualizacje, wykorzystywanie wyobraźni przestrzennej, rysunki, komunikacja graficzna,
- społeczny, współpraca z rówieśnikami i kolegami, inspirowanie się innymi rozwiązaniami, porównywanie strategii rozwiązania, wspólne dochodzenie do celu, stawianie hipotez, obserwowanie, pytanie innych,
- werbalny, wyjaśnianie strategii, argumentowanie, przekonywanie innych do własnego rozwiązania, dyskusja.

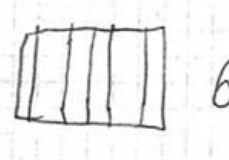
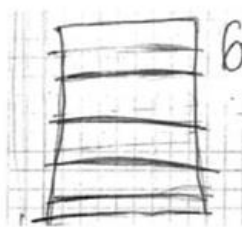
Natomiast podejmowanie działań na materiale symbolicznym to końcowy element, warto do tego dochodzić stopniowo, umożliwiając najpierw zrozumienie problemu.

W uczeniu się efektywnym matematyki ogromną rolę do spełnienia ma nauczyciel. Sam musi czuć się kompetentnie w tej dziedzinie, pokazywać dzieciom własne zainteresowanie, a czasem pasję. Ważną rolę odgrywają pytania, które zadaje dzieciom, chcąc je pobudzić do myślenia i samodzielnego poszukiwania rozwiązań, np. dlaczego tak sądzisz?, czy można to rozwiązać jeszcze inaczej?, czy możesz wytłumaczyć koledze/koleżance swoje rozwiązanie?, jak doszedłeś/łaś do tego wyniku?, jak myślisz, skąd wziął się ten błąd?, itp. Dzieci powinno się też zachęcać do zadawania sobie wzajemnie pytań, a także do zadawania ich nauczycielowi. Co więcej nauczyciel musi pytać sam siebie, czy jego działania mają zindywidualizowany charakter, czy są dostosowane do potrzeb rozwojowych dzieci.

Jedną z najważniejszych rzeczy, jaką uczynić może nauczyciel, wspomagając twórcze myślenie matematyczne uczniów, jest wspieranie i rozwijanie naturalnych tendencji dziecka do oryginalności (Fisher 1999, s.205). Podejmowane kilkakrotnie w ciągu kilku dziesięcioleci minionego wieku eksperymenty dydaktyczne związane z wprowadzaniem różnych metod nauczania, w tym tzw. „nowa matematyka” z lat 60-70tych XX w eksponująca teorię zbiorów, nie przyniosły pozytywnych efektów. Warto więc podkreślić, że skuteczność edukacji matematycznej jest możliwa tylko wtedy, gdy nauczyciel jest zainteresowany strategiami, metodami, jakie tworzą samodzielnie dzieci stawiane przed zadaniem-wyzwaniem. A różnorodność dziecięcych rozwiązań bywa zaskakująca i niezwykle ciekawa. Oto kilka przykładów:

Sposoby rysunkowego rozwiązywania zadania tekstowego:

Stolarz zamontował w szafie pięć pionowych przegród. Na ile części stolarz podzielił wnętrze szafy? (Klasa I Iwona Leśniewska Bydgoski Bąbel Matematyczny)



Stolarz zamontował w szafie pięć pionowych przegród. Na ile części stolarz podzielił wnętrze szafy?



Na zajęciach, gdzie dzieci ważyły różne towary pojawiła się paczka kawy o wadze 261g:

Mateusz zauważył, że na paczce jest podana waga 250 g. Po krótkiej dyskusji Oskar powiedział, że musi to być waga samej kawy i w ten sposób doszliśmy do pojęć netto,

brutto, tara. Te pojęcia na dobre zadomowiły się w klasie. Gdy sprawdzaliśmy, ile waży 1 litr wody, a nasze próby nie były zbyt dokładne,

na moje pytanie:

Dlaczego musiałam dolewać lub odlewać trochę wody? Kuba od razu zauważył: Bo pani ważyła brutto, wodę razem z butelką.

Po lekcjach z ważenia uczniowie ustalili kolejne prawa:

– prawa Artura „Jak ważymy rzeczy, gdy waga idzie na dół, to coś jest cięższe, a jak w górę, to jest lżejsze”; „Jeżeli coś jest lżejsze, to druga rzecz jest cięższa”

– prawo Kuby „Pół kilograma piszemy 0,5 kg”.

– prawo Kuby, Natalii i Klaudii „Waga towaru to netto. Waga opakowania to tara. Waga towaru i opakowania to brutto”

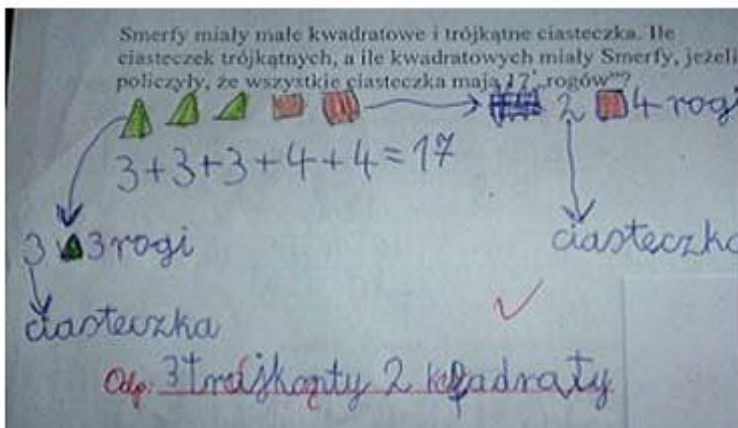
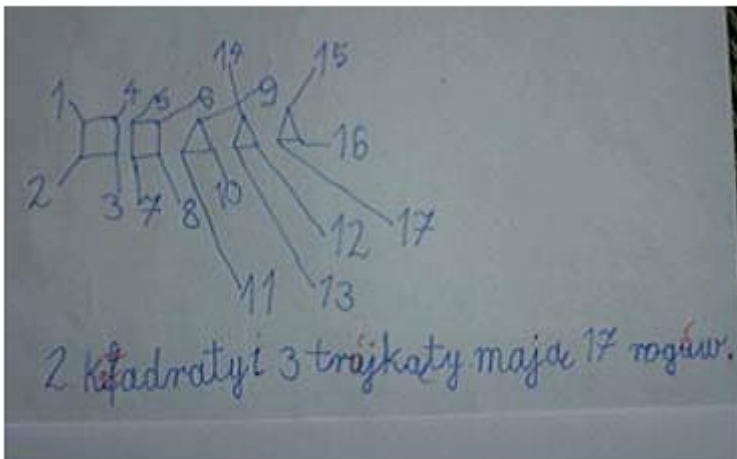
– prawo Oskara Ł. „Odważniki są takie same jak monety 1 kg, 2 kg, 5 kg”.

– prawo Zuzi „Bez zera nie byłoby 10, 20, 30 i nieskończoności”.

– prawo Olimpii „Liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 nazywamy jednościami. Liczby w woreczkach po 10 nazywamy dziesiątkami”.

Rozwiązaliśmy również zadania nietypowe 3.

Jedno z nich uczniowie rozwiązywali samodzielnie, mając do pomocy klocki Dienesa. Zadanie brzmiało: Smerfy miały kwadratowe i trójkątne ciasteczka. Ile ciasteczek trójkątnych, a ile kwadratowych miały Smerfy, jeżeli policzyły, że wszystkie ciasteczka mają 17 „rogów”? Uczniowie różnymi sposobami dochodzili do rozwiązania. Bardzo ucieszyłam się z faktu, że nawet uczniowie, którym rozwiązywanie zadań sprawia dużo kłopotów, podjęli próby rozwiązania tego zadania.



I.Boroń, *Co potrafi pierwszoklasista? Uczniowie na zajęciach matematycznych w klasach I-III*. W: Bydgoski Bąbel Matematyczny. O wprowadzaniu zmian w nauczaniu matematyki w klasach I-III. IBE 2014 s. 25-

27 http://www.ibe.edu.pl/images/download/IBE_Bydgoski_Babel_Matematyczny_NET.pdf

Uczniowie I klasy po zdobyciu szeregu doświadczeń matematycznych tworzyli własne prawa oraz sformułowali samodzielnie kilka dobrych rad:

DOBRE RADY

Zrób rysunek. (Zuzia)

Napisz działanie. (Mikołaj)

Licz na koralach, patyczkach, pieniądzach, kredkach

i innych rzeczach. (Zuzia, Artur, Mikołaj)

Czytaj uważnie polecenia. (Kuba)

Zawsze jak coś napiszesz lub połączysz, przeczytaj to,

czy jest poprawnie. (Mateusz)

Sprawdź, czy nie masz błędów. (Zuzia)

Stosuj się do ustalonych praw. (Oliwia)

Klocki Lego Education w edukacji dzieci w klasach I-III stanowią ciekawy i mający wiele zastosowań materiał do eksperymentowania, tworzenia modeli, pobudzania wyobraźni, rozumienia związków i relacji, analizowania błędów, mówienia, a to sprzyja rozumieniu matematyki. Stanowią materiał dydaktyczny pośredni między konkretem a abstrakcją, aktywnością poznawczą o charakterze działania w bezpośrednim kontakcie z przedmiotami a aktywnością na umownych znakach tworzących reprezentację symboliczną świata. Są wartościowe edukacyjnie, dają też dzieciom możliwość wejścia w świat zabawy, w której uczestniczyły dotychczas w aktywności pozaszkolnej. Teraz wkroczy ona do szkoły.



Wykorzystajmy ten potencjał do wspólnych działań dzieci, rodziców i nauczycieli.