Matematyka w kolorze klocków Lego

Autor artykułu: Dr hab. Michał Szurek

Matematyka ma w społeczeństwie złą reputację. Zimna, bezduszna, nieprzydatna. Aha, i nudna! No cóż, jest niemało nauczycieli, którzy posiedli sztukę przedstawiania matematyki właśnie tak. Jeżeli taki nauczyciel doda do tego nieco aktorską umiejętność: „popatrzcie, jakie to trudne, ale jak ja wspaniale sobie z tym radzę" – efekt jest murowany. Dzieci znienawidzą przedmiot nazywany czasem Królową Nauk.

Czy można inaczej, czy można nauczać tak, żeby uczniowie polubili matematykę – jeśli nawet nie głębokim uczuciem, takim z afektem młodzieńczej miłości, to z zaciekawieniem: „ojej, to fajne". Odpowiedź nie jest prosta. Musimy się bowiem wpasować w programy nauczania, egzaminy takie i owakie, matury i trolejbusy (przepraszam, sylabusy). Uczniowie mają znać materiał przewidziany programem nauczania. Koniec. Kropka.

Posłużę się dwiema przypowieściami. Władysław Komar, wybitny lekkoatleta, pierwszy nieamerykański mistrz olimpijski w pchnięciu kulą (Monachium, 1972) na pytanie, czemu zawdzięcza swą wspaniałą formę, odpowiedział krótko: „Koks!" Zdumiony dziennikarz rzucił: „i pan się do tego przyznaje?". „A dlaczego nie? Pracowałem przy rozładunku na kolei. Codziennie przerzucałem kilka ton koksu i pchanie tą żelazną kuleczką było po prostu śmieszne przy tej pracy!".

Drugą przypowieść – rzucę tylko hasłowo. Przypomnijmy sobie genialne posunięcie dydaktyczne Tomka Sawyera przy malowaniu płotu!

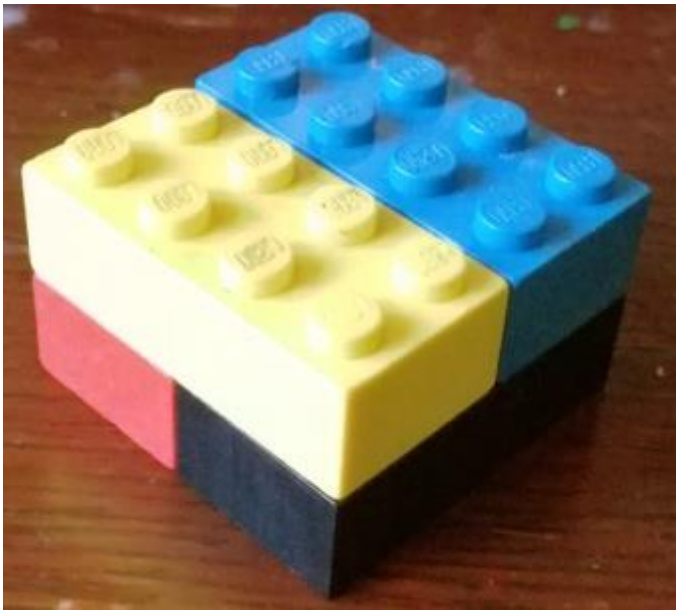
O ile morał z drugiej przypowieści jest jasny, to o co chodzi w pierwszej? Zajmujmy się interesującą matematyką, pełną barw, … a „słupki" same o siebie zadbają. Czy naprawdę? Tak, w tym sensie, że młody człowiek (dowolnej płci!) zafascynowany własnymi odkryciami (tak!) matematycznymi nauczy się szkolnej rutyny mimochodem i bez przymusu, może z lekkim uśmieszkiem „no, rozumiem, że i to muszę". Autor tych słów sprawdził to na swoich uczniach w dwóch liceach warszawskich.

***

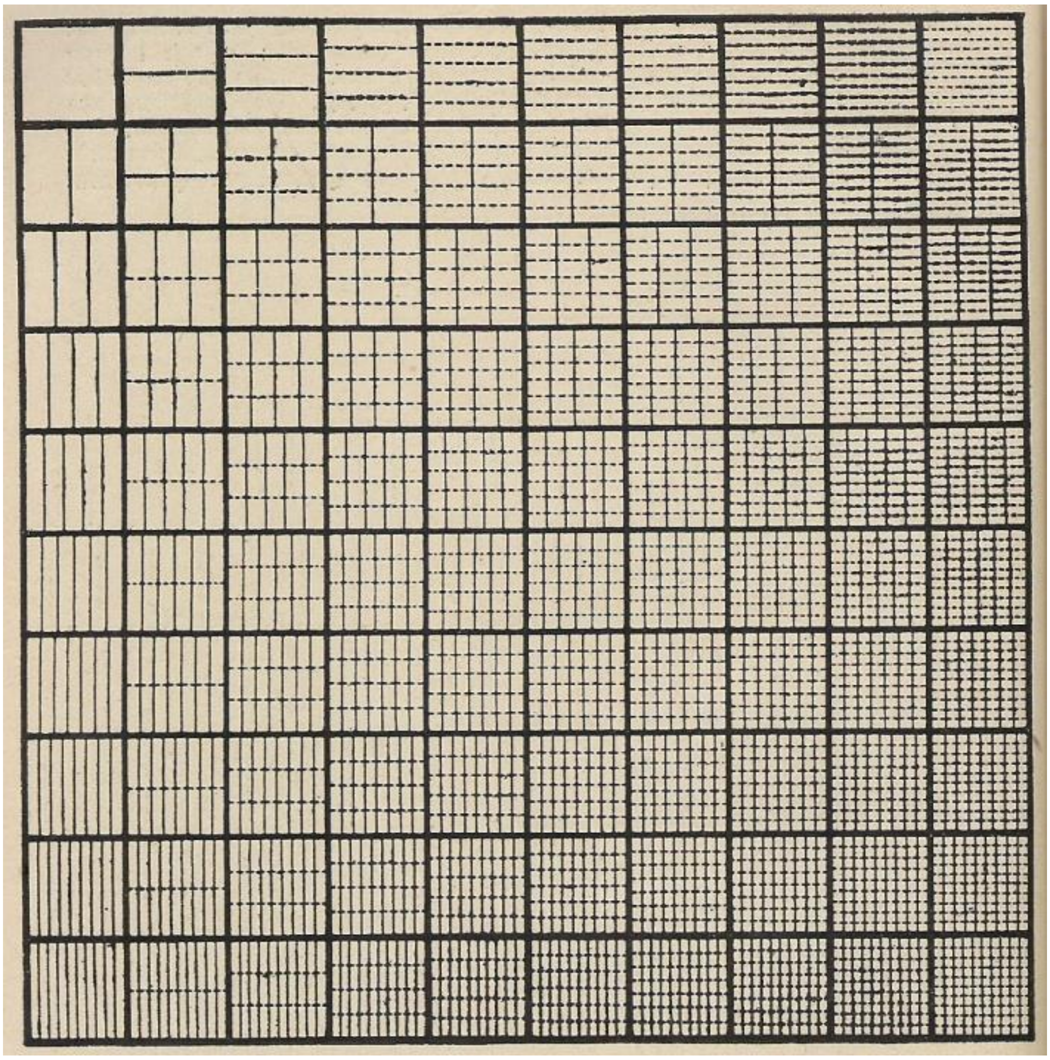
Zadanie 1. Weź cztery klocki Lego o wymiarach 2 x 1. Stosuję tu terminologię wymyślona jeszcze przez moje dzieci, obecnie: dr hab. Agnieszkę Szurek, mgr sztuki Karolinę Szurek (gra na flecie) i mgr (informatyki) Jana Szurka: jednostką jest *czteroguziczkowy* klocek kwadratowy. Bierzemy zatem dwa klocki prostokątne o ośmiu *guziczkach.* Układamy z nich sześcian. Na ile sposobów można to zrobić?

Czy wszyscy widzą, że w ten sposób wkroczyliśmy w obszar matematyki? Matematyka to *język liczb, kształtu i miary* – właśnie taki był tytuł książki profesora Stanisława Fudalego (1929 – 2015, książki napisanej w 1958 r.). Nie będziemy tu omawiać rozwiązania zadania – chodzi o sam problem. Nagle, niezauważalnie, znaleźliśmy się (wraz z uczniami) w obszarze porządnej, współczesnej matematyki. Jest tu i teoria niezmienników i teoria grup i nawet algebra *macierzy ortogonalnych.* Ale tego nasi uczniowie nie musza wiedzieć. Dowiedzą się, kiedy będą starsi. Niektóre aspekty dorosłego życia nie są właściwe dla dzieci.

Zadanie 2. Zbuduj sześcian 3 x 3 z klocków Lego. Taki, żeby się nie rozpadał. Już sięgasz po klocki? Stop. O jakie klocki prosisz? Przedstaw swoje plany konstrukcyjne. Jaki jest Twój business plan? Pamiętaj, że nic nie ma za darmo. Klocek 1×1 („czteroguziczkowy") kosztuje dwa centy, ośmioguziczkowy trzy centy a „dwunastoguziczkowy" (czyli 3 x 1) siedem centów. A co będzie dla sześcianów większych rozmiarów?



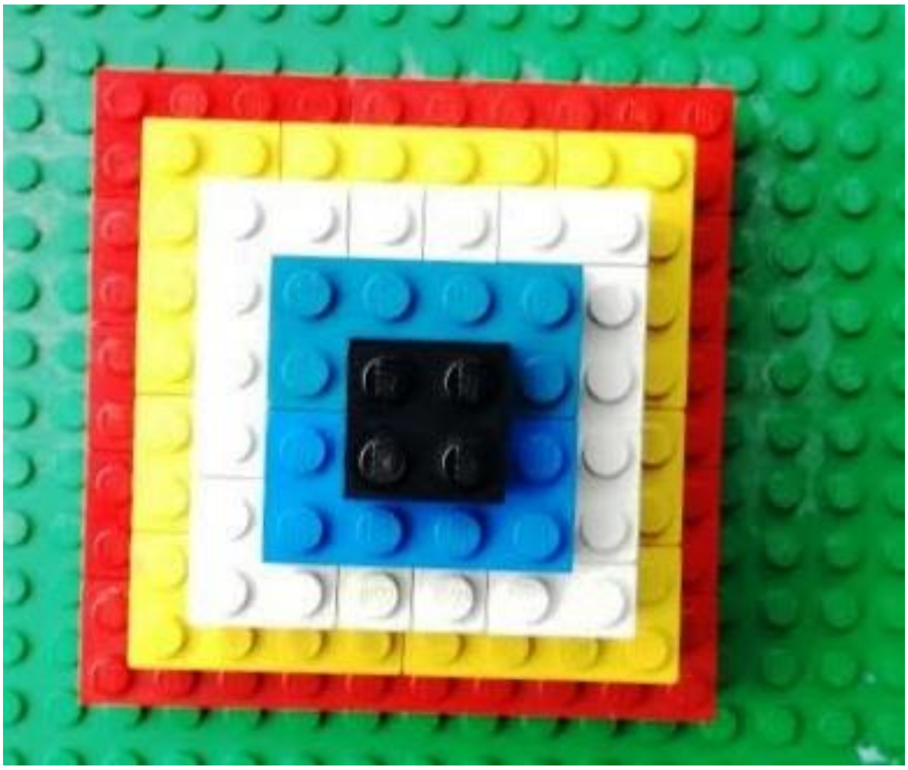
Zadanie 3 (dla nauczycieli nauczania początkowego). Uczono Cię na studiach o kwadracie Pestalozziego. Ułóż ten kwadrat z klocków Lego, na ile się da. Spróbuj wyjaśnić uczniom tajniki tabliczki mnożenia, posługując się tym kwadratem.



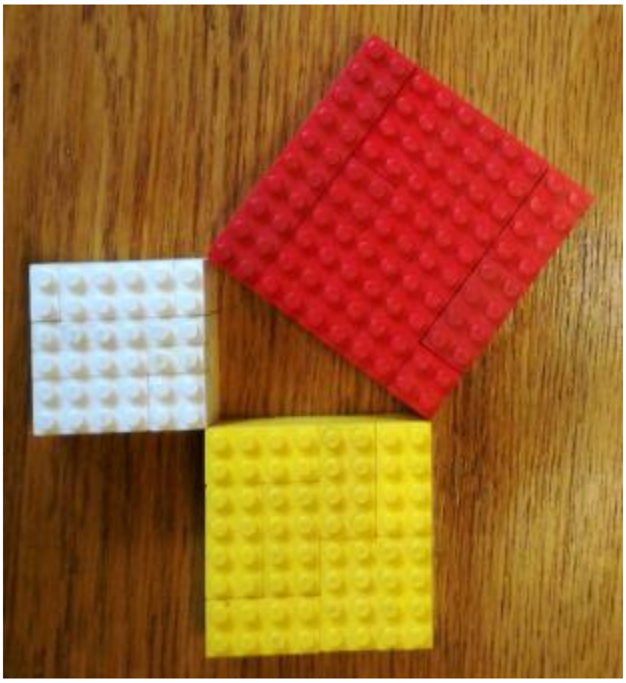
Przechodzimy do matematyki wyższej, od gimnazjum w górę.

Zadanie 4. Zbuduj wieżę, jak na rysunku. Ile klocków potrzebujesz na kolejne piętra? Wyprowadź stosowny wzór. Uzasadnij.

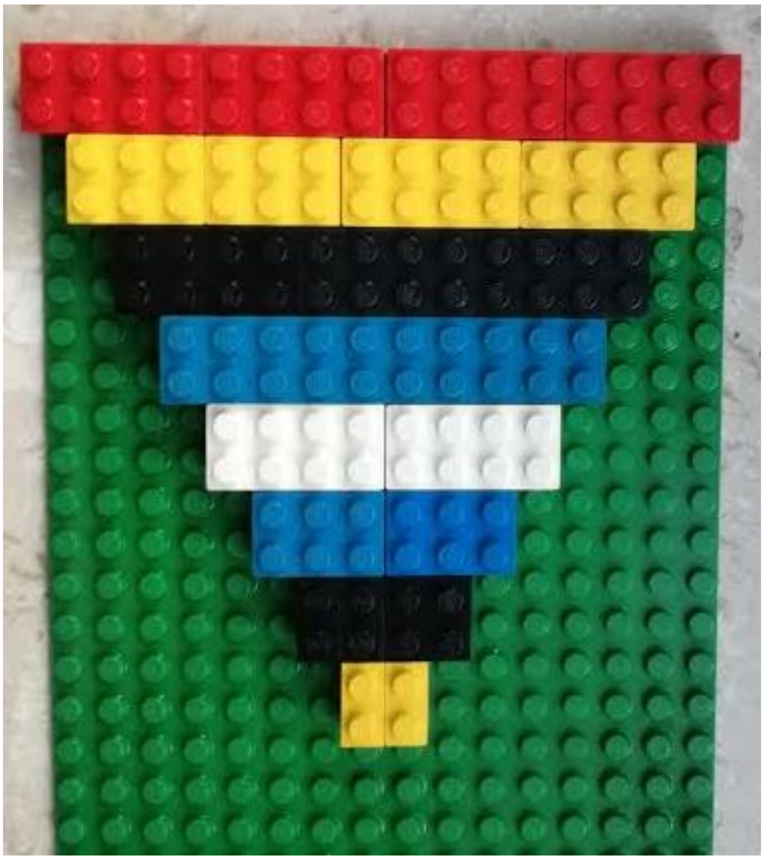
Komentarz. I to, właśnie to, jest istotą matematyki. Uzasadnij to, co zaobserwowałeś. Nie chodzi nawet o przekonanie audytorium, że masz rację. Chodzi o dowód – formalne wyprowadzenie *tezy* z *założenia*, *wniosku* z *przesłanek.* To wymaga od nas *kultura matematyczna,* składnik naszej ogólnoludzkiej kultury. Kłaniam się tutaj Jurkowi Kołodziejczykowi z Gryfic, Iwonie Pusz z Lublina, Elżbiecie Bartz z Tulec (pod Poznaniem), Barbarze Jastrzębskiej z Sosnowca, Dorocie Siwik-Góreckiej z Kościeliska, Kazimierzowi Skurzyńskiemu ze Szczecina …i tej nieznanej wiejskiej nauczycielce z wiersza Juliana Tuwima, *brnącej do szkoły przez mrozy siarczyste* – gdyby wszyscy nauczyciele byli tacy, jak oni, nasza ojczyzna byłaby mlekiem i miodem płynąca.



Zadanie 5. Twierdzenie Pitagorasa. Ułóż inne trójkąty pitagorejskie.

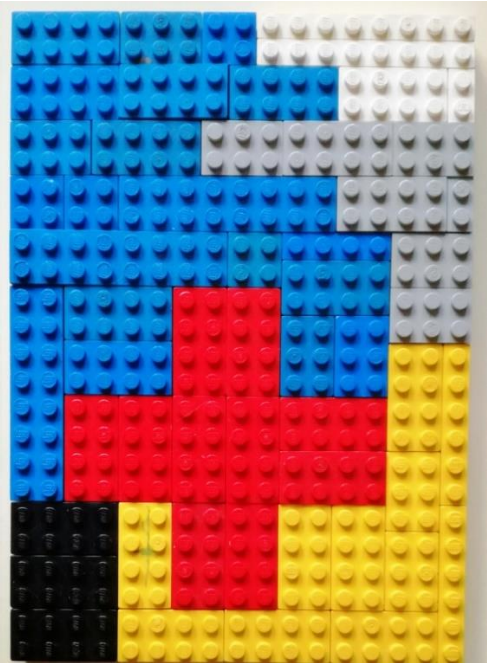


Zadanie 6. Czy widzisz trójkąt?



Oblicz pole trójkąta. Wskazówka: dostaw żółte do żółtego, czarne do czarnego itd.

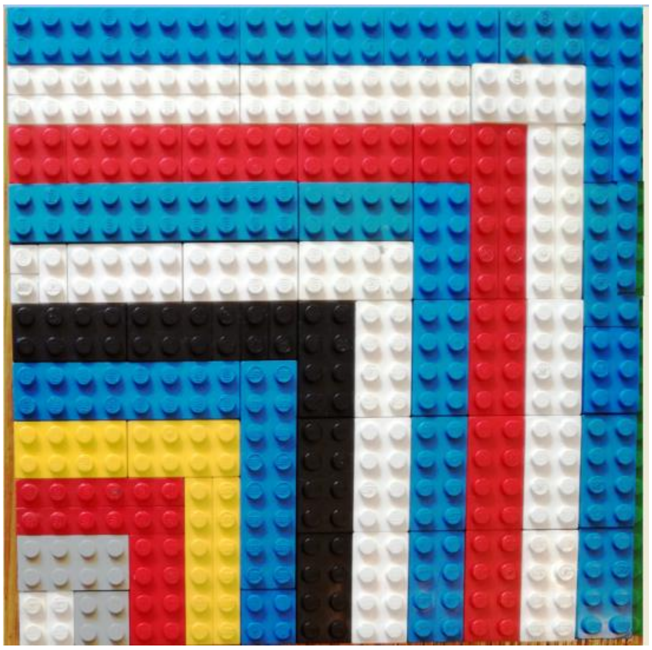
Zadanie 7. Z jakim krajem kojarzy ci się obszar w kształcie kwadratowego czerwonego krzyża? Jest to kraj w Europie, ale nie należy do Unii Europejskiej. Ale nie o to chodzi w tym zadaniu. Policz, ile kolorów jest tu. Sześć, prawda? Ale klocki białe mógłbym zastąpić przez żółte, bo niekoniecznie różne kraje muszą być zamalowane różnymi kolorami. Co innego, gdyby sąsiadowały ze sobą, miały wspólną granicę. No, co wyobraź sobie, że białe zostały zastąpione przez żółte. Mamy pięć kolorów. Czy może być ich mniej? Spróbuj coś „przemalować". Na pewno uda ci się zejść do czterech. No, to może i trzy wystarczą?



Nie! Na tej mapie nie można pokolorować krajów tylko trzema kolorami. Dlaczego? Ułóż inna układankę – taka, że cztery kolory wystarczą, a trzy nie. Odkryłeś twierdzenie o czterech barwach, o bardzo interesującej historii matematycznej.

I na zakończenie zadanie-perełka: od przedszkola do studiów matematycznych!!!

Zadanie 8.



1. Jakie kolory widzisz na rysunku? Policz, ile. Nazwij kolory.
2. Ułóż podobną układankę, możesz zmieniać kolory dowolnie. Staraj się użyć jak najmniej klocków.
3. A teraz licz, ile kwadracików jest w poszczególnych kolorach: 1, 3, 5, 7,…. Jak nazywają się takie liczby? Ile kwadracików jest potrzebnych do ułożenia następnej warstwy?
4. A teraz licz, ile kwadracików ma cała układanka.
5. Wyobraź sobie, że chcesz komuś opowiedzieć przez telefon, jaką układankę zrobiłeś. Jak to opowiesz dziadkowi?
6. Czy umiesz wykorzystać ten obraz do obliczenia sumy 1+ 3 + 5 + 7 + 9 ?
7. Wykorzystując ten rysunek, odkryj wzór na sumę ciągu kolejnych liczb nieparzystych.
8. Oblicz pole gnomonu o boku
9. Czy widzisz, jak z tej układanki można otrzymać wzór na sumę kolejnych sześcianów liczb naturalnych?
10. W iloczynie kartezjańskim {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11}x{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11} wprowadzam relację równoważności (a,b) = (c,d), gdy max[a,b] = max [c,d]. Opisz klasy abstrakcji tej relacji. Wskazówka: spójrz na załączony rysunek.
11. W iloczynie kartezjańskim {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11}x{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11} wprowadzam relację częściowego porządku wzorem (a,b)<(c,d) gdy albo (a,b)=(c,d) albo max[a,b]<max[c,d]. Pokaż elementy maksymalne i minimalne, łańcuchy i antyłańcuchy. Omów twierdzenie Dillwortha. Omów własności topologii, generowanej przez takie przedziały początkowe. Wskazówka. Spójrz na załączony rysunek.
12. Wstaw liczby jak na rysunku poniżej. Napisz pracę magisterską na temat rozmieszczenia liczb na tym diagramie. Staraj się zmieścić na 30 stronach.